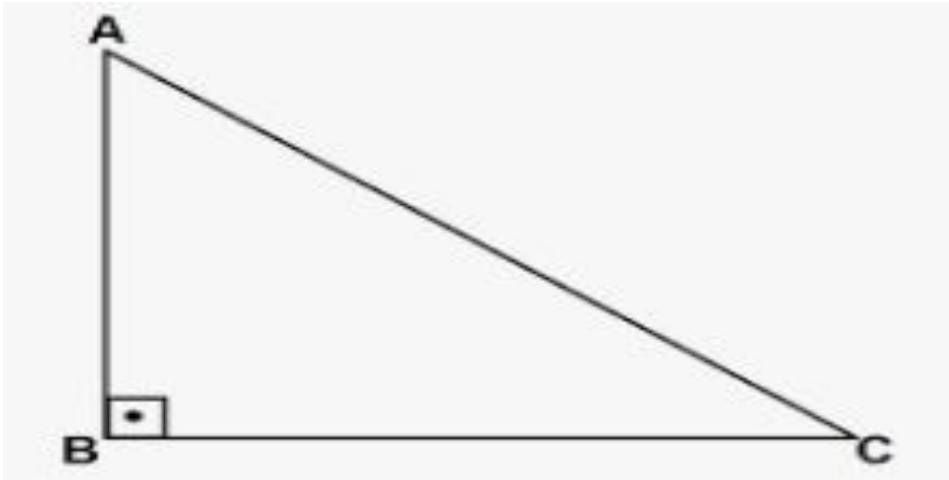


Aulão

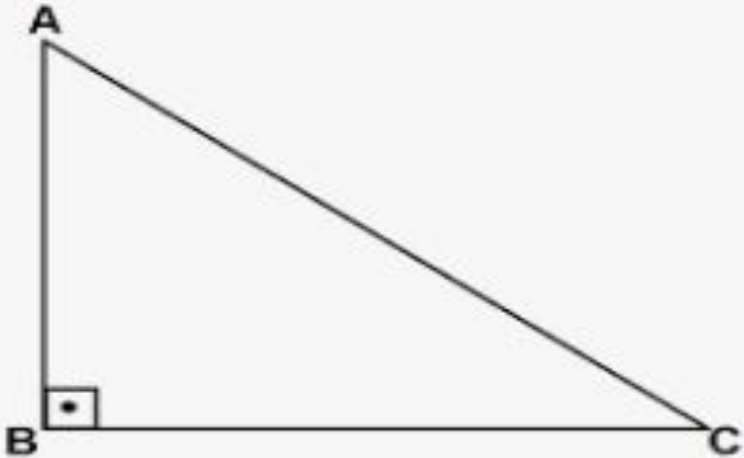
Trigonometria

É o ramo da Matemática que estuda as razões entre as medidas de dois lados de um triângulo retângulo, tomando como referência os possíveis valores de um dos seus ângulos agudos.

O triângulo retângulo



Razões trigonométricas no triângulo retângulo



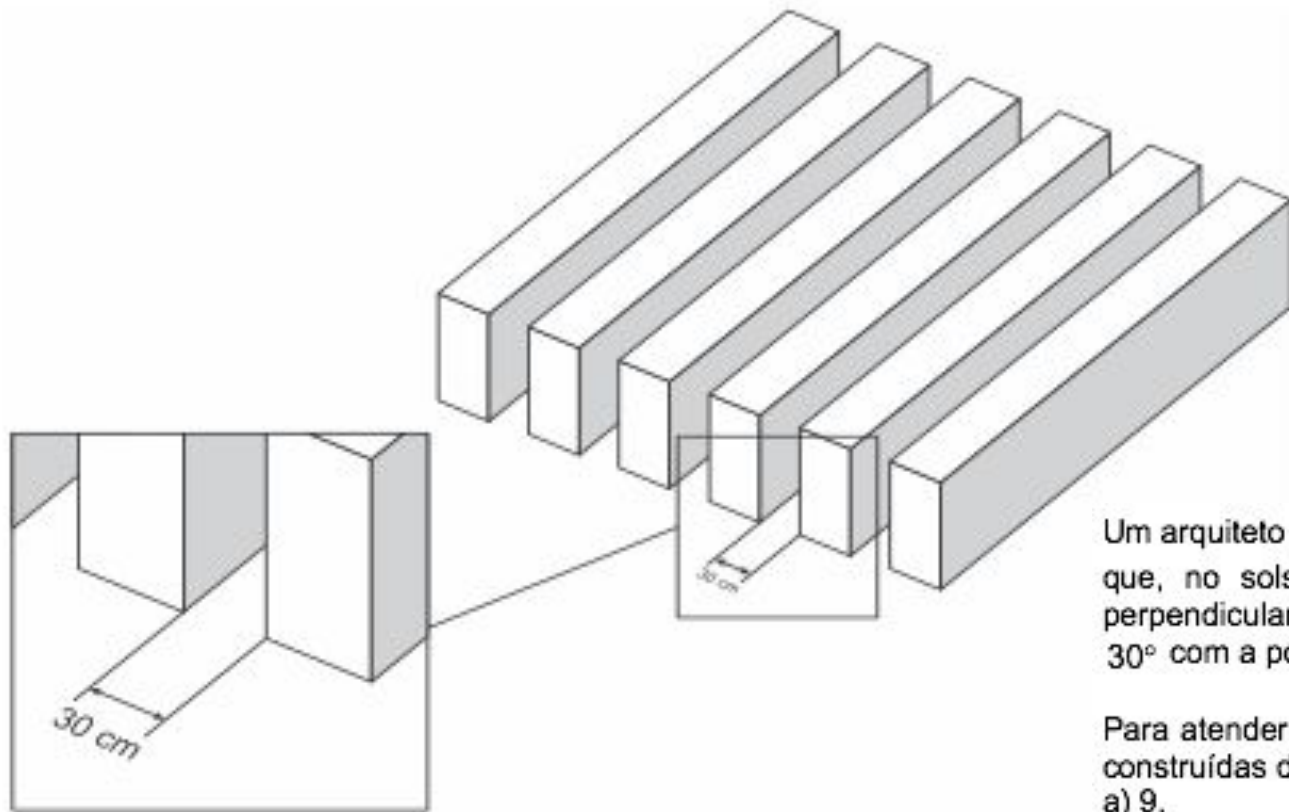
$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{hipotenusa do triângulo retângulo}}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente ao ângulo } \alpha}{\text{hipotenusa do triângulo retângulo}}$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{cateto adjacente ao ângulo } \alpha}$$

Ângulos notáveis

1. (Enem 2020) Pergolado é o nome que se dá a um tipo de cobertura projetada por arquitetos, comumente em praças e jardins, para criar um ambiente para pessoas ou plantas, no qual há uma quebra da quantidade de luz, dependendo da posição do sol. É feito como um estrado de vigas iguais, postas paralelas e perfeitamente em fila, como ilustra a figura.



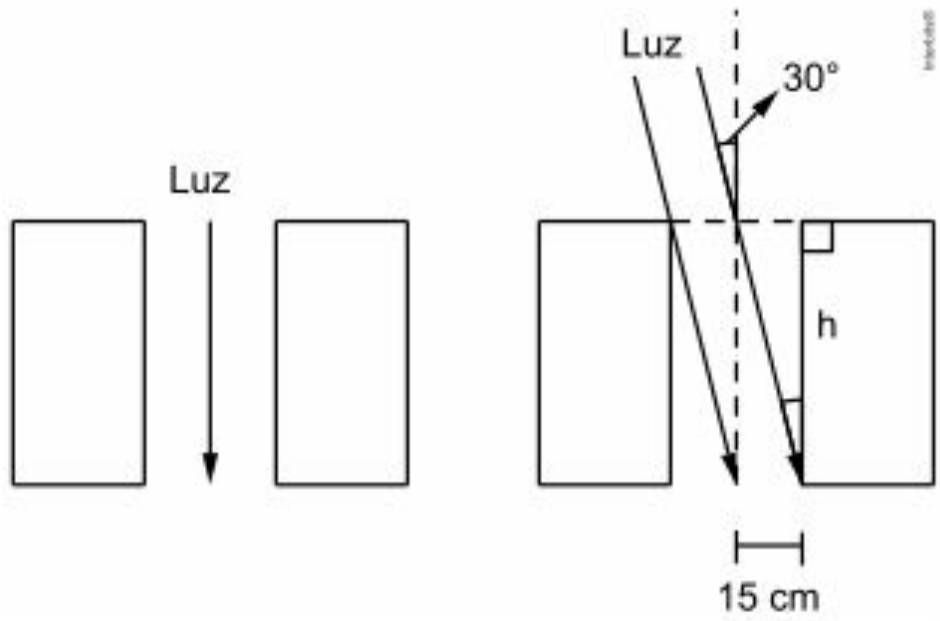
Um arquiteto projeta um pergolado com vãos de 30 cm de distância entre suas vigas, de modo que, no solstício de verão, a trajetória do sol durante o dia seja realizada num plano perpendicular à direção das vigas, e que o sol da tarde, no momento em que seus raios fizerem 30° com a posição a pino, gere a metade da luz que passa no pergolado ao meio-dia.

Para atender à proposta do projeto elaborado pelo arquiteto, as vigas do pergolado devem ser construídas de maneira que a altura, em centímetro, seja a mais próxima possível de

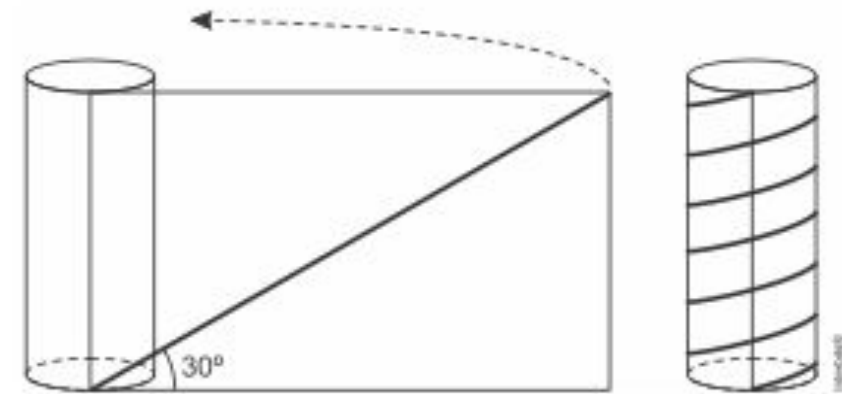
- a) 9.
- b) 15.
- c) 26.
- d) 52.
- e) 60.

Matemática no plural

Considere a vista frontal do pergolado.



2. (Enem 2018) Para decorar um cilindro circular reto será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma 30° com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede $\frac{6}{\pi}$ cm, e ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.

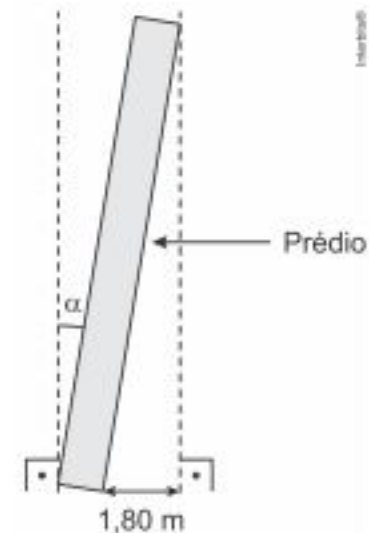


O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é

- a) $36\sqrt{3}$
- b) $24\sqrt{3}$
- c) $4\sqrt{3}$
- d) 36
- e) 72

3. (Enem (Libras) 2017) A famosa Torre de Pisa, localizada na Itália, assim como muitos outros prédios, por motivos adversos, sofrem inclinações durante ou após suas construções.

Um prédio, quando construído, dispunha-se verticalmente e tinha 60 metros de altura. Ele sofreu uma inclinação de um ângulo α , e a projeção ortogonal de sua fachada lateral sobre o solo tem largura medindo 1,80 metro, conforme mostra a figura.



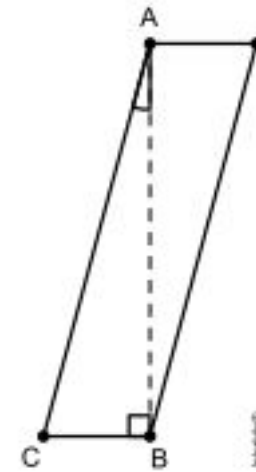
O valor do ângulo de inclinação pode ser determinado fazendo-se o uso de uma tabela como a apresentada.

Ângulo α (Grau)	Seno
0,0	0,0
1,0	0,017
1,5	0,026
1,8	0,031
2,0	0,034
3,0	0,052

Uma estimativa para o ângulo de inclinação α , quando dado em grau, é tal que

- a) $0 \leq \alpha < 1,0$
- b) $1,0 \leq \alpha < 1,5$
- c) $1,5 \leq \alpha < 1,8$
- d) $1,8 \leq \alpha < 2,0$
- e) $2,0 \leq \alpha < 3,0$

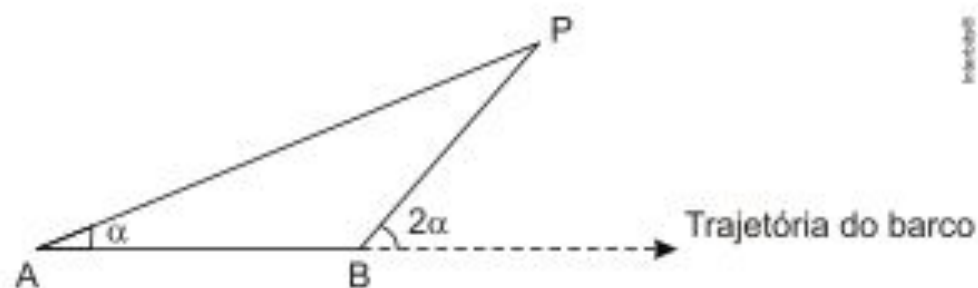
4. (Enem 2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.



Utilizando 0,26 como valor aproximado para tangente de 15° e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço

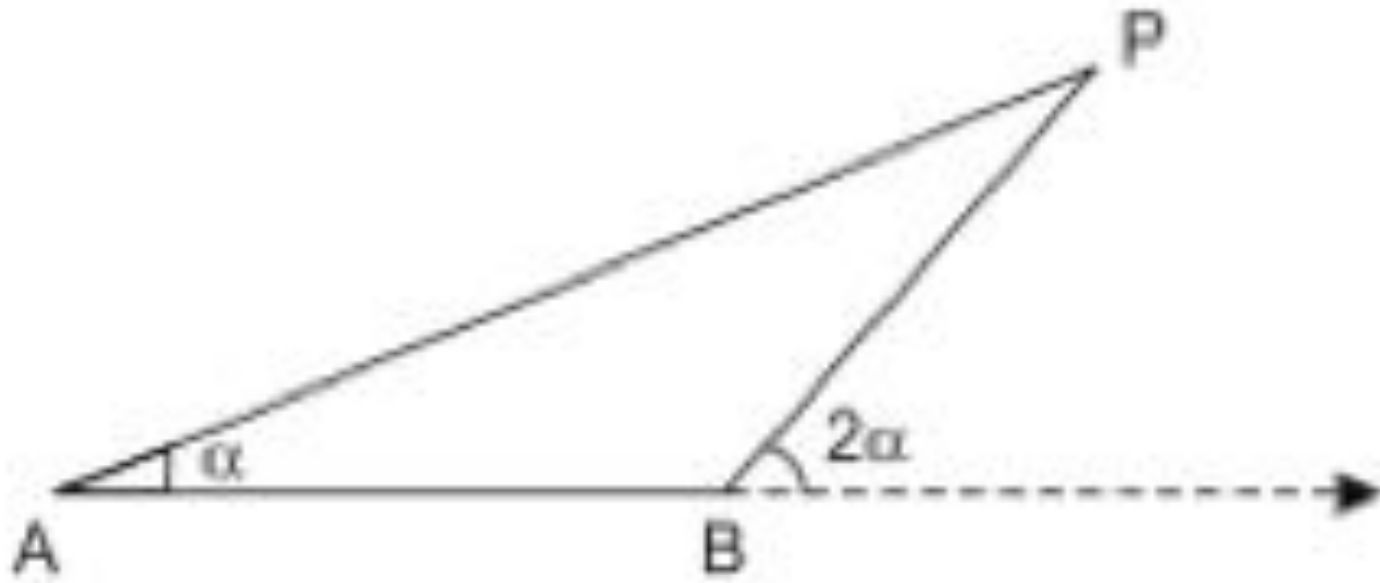
- a) menor que 100 m^2 .
- b) entre 100 m^2 e 300 m^2 .
- c) entre 300 m^2 e 500 m^2 .
- d) entre 500 m^2 e 700 m^2 .
- e) maior que 700 m^2 .

5. (Enem 2011) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual a fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α . A figura ilustra essa situação:



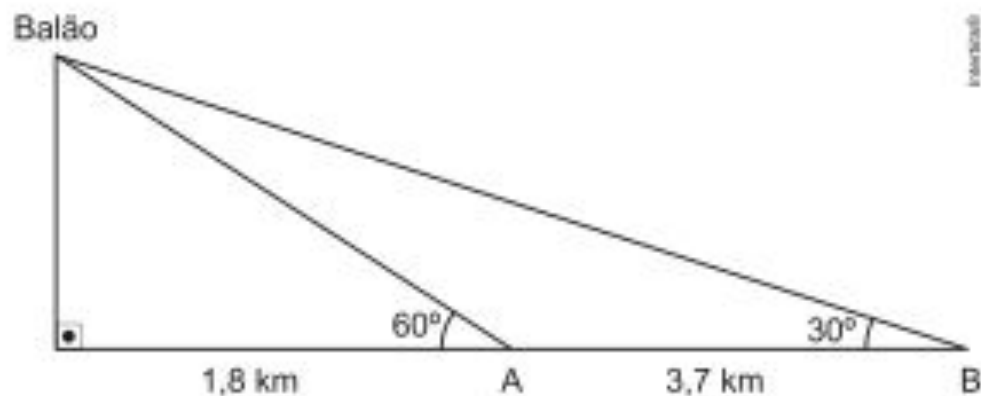
Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^\circ$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância $AB = 2000$ m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

- a) 1000 m.
- b) $1000\sqrt{3}$ m.
- c) $2000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.
- d) 2000 m.
- e) $2000\sqrt{3}$ m.



6. (Enem 2010) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

Disponível em: <http://www.correiodobrasil.com.br>. Acesso em: 02 maio 2010.

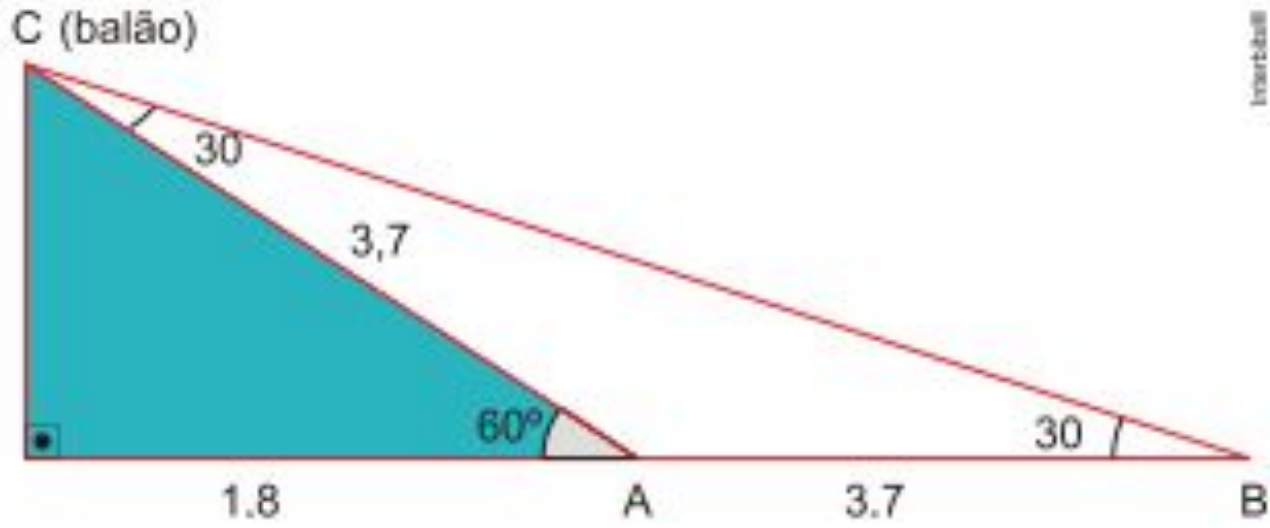


Intercâmbio

Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60° ; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30° .

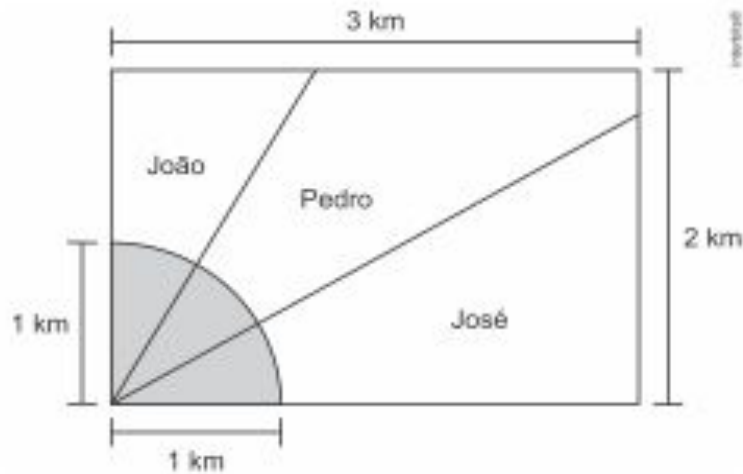
Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

- a) 1,8 km
- b) 1,9 km
- c) 3,1 km
- d) 3,7 km
- e) 5,5 km



Imat/2011

7. (Enem 2009) Ao morrer, o pai de João, Pedro e José deixou como herança um terreno retangular de $3\text{ km} \times 2\text{ km}$ que contém uma área de extração de ouro delimitada por um quarto de círculo de raio 1 km a partir do canto inferior esquerdo da propriedade. Dado o maior valor da área de extração de ouro, os irmãos acordaram em repartir a propriedade de modo que cada um ficasse com a terça parte da área de extração, conforme mostra a figura.



Em relação à partilha proposta, constata-se que a porcentagem da área do terreno que coube a João corresponde, aproximadamente, a

Considere: $\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,58$.

- a) 50%.
- b) 43%.
- c) 37%.
- d) 33%.
- e) 19%.

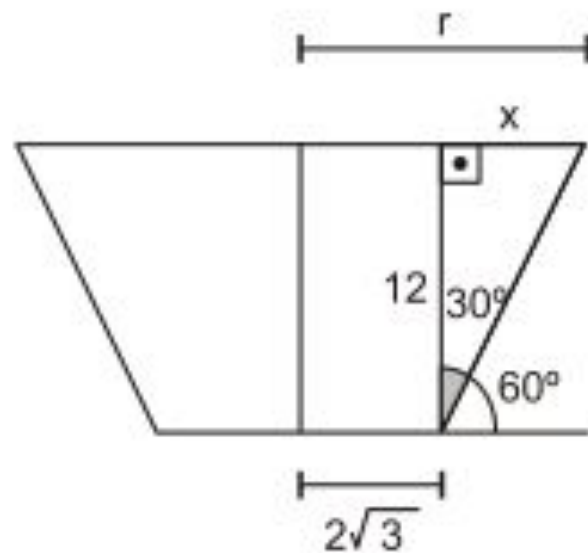
8. (Enem cancelado 2009) Uma empresa precisa comprar uma tampa para o seu reservatório, que tem a forma de um tronco de cone circular reto, conforme mostrado na figura.



Considere que a base do reservatório tenha raio $r = 2\sqrt{3}$ m e que sua lateral faça um ângulo de 60° com o solo.

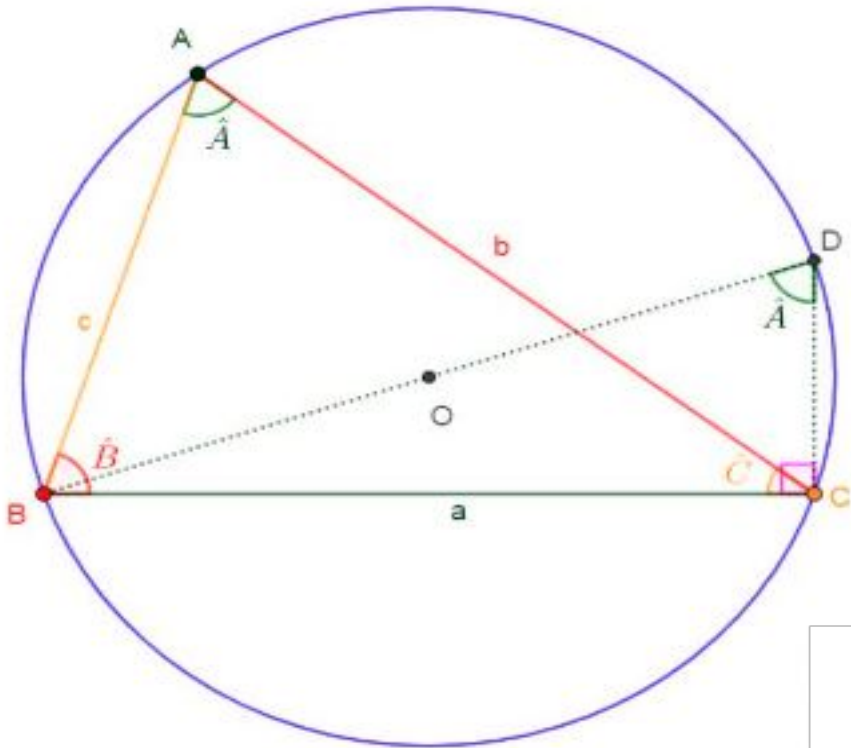
Se a altura do reservatório é 12 m, a tampa a ser comprada deverá cobrir uma área de

- a) $12\pi \text{ m}^2$.
- b) $108\pi \text{ m}^2$.
- c) $(12 + 2\sqrt{3})2\pi \text{ m}^2$.
- d) $300\pi \text{ m}^2$.
- e) $(24 + 2\sqrt{3})2\pi \text{ m}^2$.



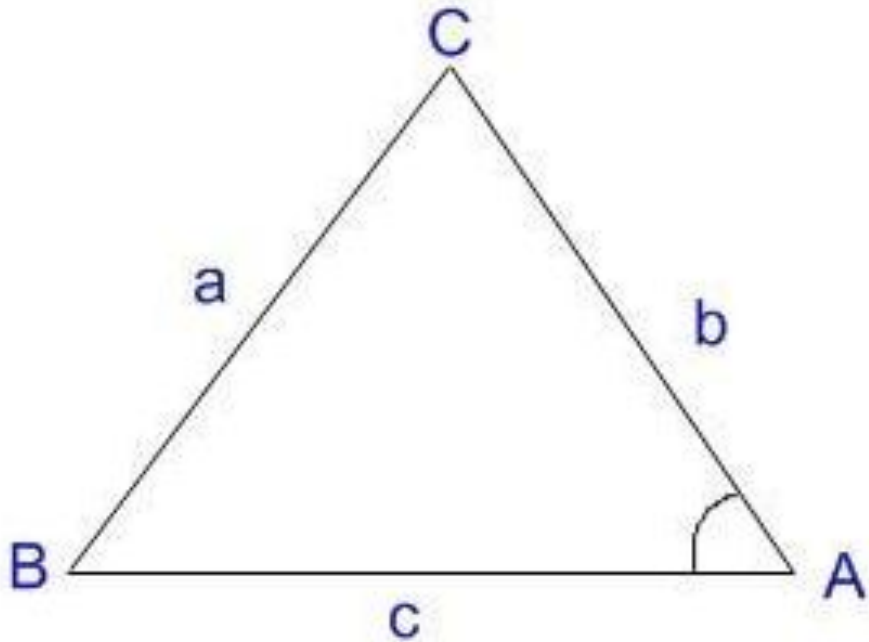
LEI DOS SENOS

Em qualquer triângulo as medidas dos lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos e essa razão é igual ao diâmetro da circunferência circunscrita a esse triângulo

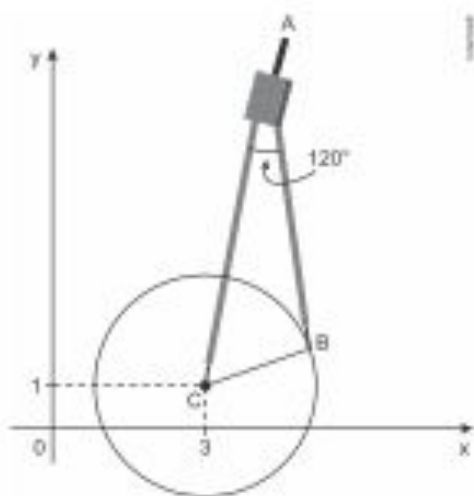


LEI DOS COSSENOS

Em qualquer triângulo o quadrado de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados, menos duas vezes o produto das medidas desses lados pelo cosseno do ângulo formado por eles.



9. (Enem 2017) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de 120° . A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



Tipo de material	Intervalo de valores de raio (cm)
I	$0 < R \leq 5$
II	$5 < R \leq 10$
III	$10 < R \leq 15$
IV	$15 < R \leq 21$
V	$21 < R \leq 40$

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

10. (Uece 2020) A medida, em graus, do maior dos ângulos internos de um triângulo, cujas medidas dos lados são, respectivamente, 3 m, 5 m e 7 m, é

- a) 120.
- b) 80.
- c) 130.
- d) 100.